Ejercicio 1:

Una Población de Conejos que inicialmente era de 200 ejemplares se reproduce en cautiverio, la tasa anual de crecimiento de la poblaciones es del 34%.

- ***a)*** ***Determine una función que represente la población de conejos a lo largo del tiempo t.***
- ***b)*** ***Si tomamos como t=0 el año 2004, ¿Qué población hay en la actualidad?***
- ***c)*** ***¿Cuánto tiempo debe pasar aproximadamente para que la población sea de 1000 conejos?***

Ejercicio 2:

Se les ha tomado el peso a cuarenta alumnos; estos son los resultados obtenidos

60 60 65 55 63 48 45 38 47 65 36 47 62 63 47 52 76 74 65 50

50 59 54 52 56 57 48 49 50 50 61 59 58 45 49 52 52 52 48 48

- ***a)*** ***Haz una tabla de frecuencias agrupando los cuarenta datos en 6 intervalos.***
- ***b)*** ***Utilizando los intervalos anteriores y las frecuencias obtenidas, construye un Histograma y una Ojiva***
- ***c)*** **Determina media, mediana y desviación típica.**

Ejercicio 3:

- ***a)*** ***Enuncia el Teorema de Bolzano. Dada la función*** $g(x) = e^x + x + 2$ ***determina las raíces de la función con un error máximo de 0.02.***
- ***b)*** ***Define derivada en un punto y aplica la definición de derivada para determinar la derivada de*** $h(x) = x^2 - 3x$ ***en x=2.***
- ***c)*** ***Define valor absoluto y resuelve*** $\left| x^2 + 1 \right| \leq 3$

Ejercicio 4:

Sea $f : D \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = \dfrac{4x^2 - 4}{-2x + 6}$

- ***a)*** ***Determina dominio, ordenada en el origen y estudia signo.***
- ***b)*** ***Estudia límites laterales y límites en el infinito. Determina asíntotas.***
- ***c)*** ***Representa gráficamente estudiando crecimiento.***

Diciembre 2012 6ºCB

Ejercicio 1:

a) si el crecimiento anual es del 34%, para obtener la población al final de cada año basta con multiplicar por 1,34

entonces la función que modela el crecimiento de la población es $P(t) = 200 \cdot 1{,}34^{t}$ donde t es medido en años.

b) $t=0 \rightarrow 2004$ $\quad \rightarrow \quad P(10) = 200 \cdot 1{,}34^{10} = \boxed{3733}$

$t=10 \rightarrow 2014$

c) Debo resolver $P(t) = 1000$

$\Rightarrow 200 \cdot 1{,}34 = 1000 \Rightarrow 1{,}34 = 5$

$\Rightarrow \log_{1{,}34} 5 = t \Rightarrow t = 5{,}49$

aproximadamente 5 años y 6 meses.

Diciembre 2012 6º CB

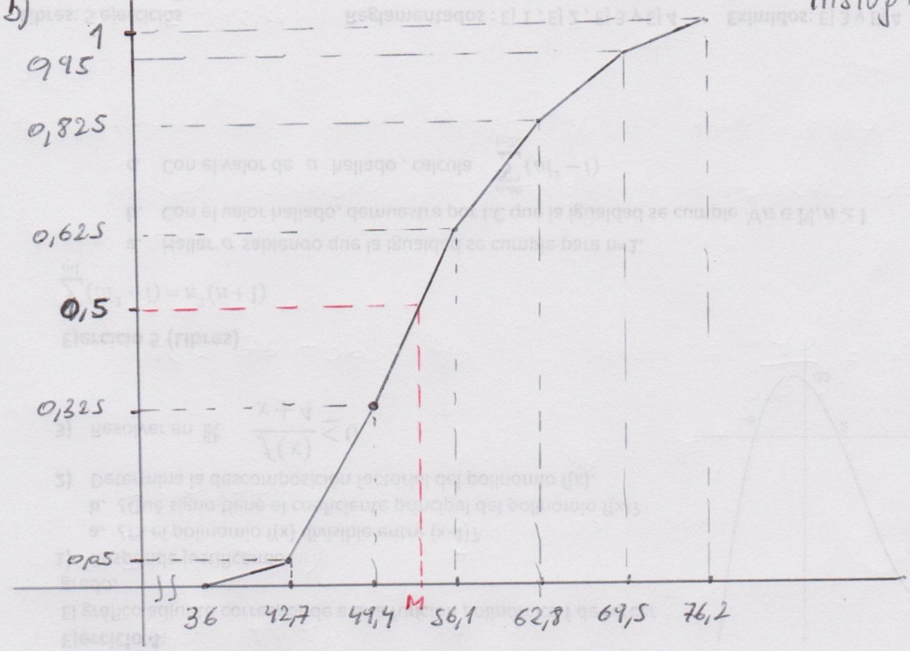
Ejercicio 2

a) Busco el valor mayor y el valor menor, luego calculo el rango y el ancho de los intervalos.

$R = 76 - 36 = 40$ Ancho $= \frac{40}{6} = 6,7$

I. Clase	n_i	h_i	F_i^{*}
[36 ; 42,7)	2	0,05	0,05
[42,7 ; 49,4)	11	0,275	0,325
[49,4 ; 56,1)	12	0,3	0,625
[56,1 ; 62,8)	8	0,2	0,825
[62,8 ; 69,5)	5	0,125	0,95
[69,5 ; 76,2]	2	0,05	1
	40		

b) Histograma



mediana

$$\frac{0{,}625 - 0{,}325}{56{,}1 - 49{,}4} = \frac{0{,}5 - 0{,}325}{M - 49{,}4}$$

$$\frac{0{,}3}{6{,}7} = \frac{0{,}175}{M-49{,}4} \Rightarrow M - 49{,}4 = \frac{0{,}175 \times 6{,}7}{0{,}3}$$

$$M - 49{,}4 = 0{,}8725$$

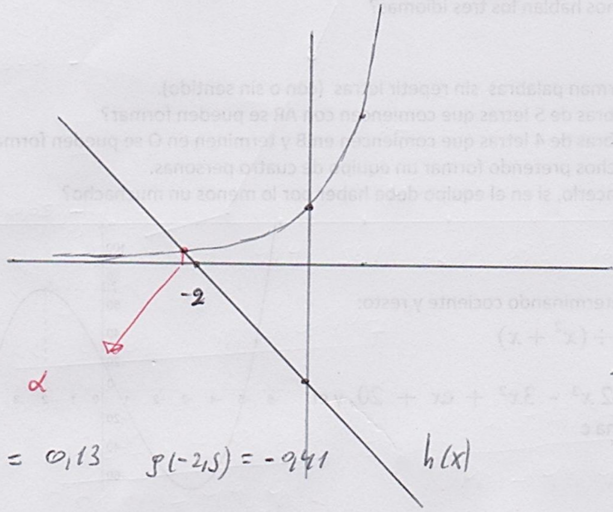
$$M = 0{,}8725 + 49{,}4 = \boxed{50{,}3}$$

Media y desviación típica ⇒ aplicando fórmulas habituales.

Ejercicio 3

a) $g(x) = \underbrace{e^x}_{f(x)} + \underbrace{x+2}_{-h(x)}$

$\Rightarrow \underbrace{e^x}_{f(x)} \underbrace{+x+2}_{-h(x)} = 0 \Rightarrow \underbrace{e^x}_{f(x)} = \underbrace{-x-2}_{h(x)}$



Raíz en la intersección de $h(x)$ y $f(x)$, a la izquierda de -2

$g(-2) = 0{,}13 \quad g(-2{,}5) = -0{,}41$

$\alpha \in [\overset{-}{-2{,}5}, \overset{+}{-2}] \qquad g(-2{,}125) = -0{,}005$

$\alpha \in [\overset{-}{-2{,}125}, \overset{+}{-2}] \qquad g(-2{,}06) = 0{,}067$

$\alpha \in [\overset{-}{-2{,}125}, \overset{+}{-2{,}06}] \qquad g(-2{,}09) = 0{,}033$

$\alpha \in \underbrace{[-2{,}125, -2{,}09]}_{\text{punto medio } -2{,}1075} \Rightarrow \text{error } \left|\dfrac{-2{,}09-(-2{,}125)}{2}\right| = 0{,}017$

$\alpha = -2{,}1075 \pm 0{,}017$

b) Definición de derivada (ver teórico)

$$h'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{h(x) - h(2)}{x - 2} =$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 3x - \overbrace{\left((2)^2 - 3(2)\right)}^{-2}}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{\overbrace{x^2 - 3x + 2}^{0}}{\underbrace{x - 2}_{0}} =$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x-1)}{\cancel{x-2}} = \lim_{x \to 2} 1$$

$$h'(2) = 1$$

c) Definición $|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$

$$|x^2 + 1| \leq 3 \iff \underbrace{-3 \leq x^2}_{\text{I}} \overbrace{+1 \leq 3}^{\text{II}}$$

I) $x^2 + 4 \geq 0$ $\quad sg(x^2+4)$

solución I

$+ \ + \ + \ + \ + \ + \ + \ +$

II) $x^2 - 2 \leq 0$ $\quad sg(x^2-2)$

solución II

$+ \ + \ - \ - \ 0 \ + \ +$

$-\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{2}$

solución

$-\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{2}$

$$S = \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$$

Ejercicio 4

$$f(x) = \frac{4x^2-4}{-2x+6}$$

Ceros

$4x^2-4=0$

$x^2 = \frac{4}{4}$

$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

$S = \{-1, 1\}$

Dominio

$-2x+6 \neq 0$

$-2x \neq -6$

$x \neq 3$

$D = \mathbb{R} - \{3\}$

Signo

$sg(4x^2-4)$: $+ + \overset{0}{\underset{-1}{|}} - - \overset{0}{\underset{1}{|}} + +$

$sg(-2x+6)$: $+ \quad + \quad + \quad + \overset{0}{\underset{3}{|}} - -$

$sg(f)$: $+ + \quad + \overset{0}{\underset{-1}{|}} - - - \overset{0}{\underset{1}{|}} + \overset{\nexists}{\underset{3}{|}} - -$

Limite lateral

$$\lim_{x \to 3^{\pm}} \frac{\overbrace{4x^2-4}^{34}}{\underbrace{-2x+6}_{0^{\mp}}} = \mp\infty$$

Asíntota vertical

$x = 3$

Limites ∞

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\overbrace{4x^2-4}^{4x^2}}{\underbrace{-2x+6}_{-2x}} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x^2}{-2x} = \lim_{x \to \pm\infty} -2x = \mp\infty$$

Asíntota oblicua

$$\begin{array}{rr|l} \cancel{4x^2} & -4 & -2x+6 \\ \cline{3-3} -\cancel{4x^2} & +12x & -2x-6 \\ & 12x-4 & \\ & -12x+36 & \\ & 32 & \end{array}$$

$y = -2x-6$ Asíntota oblicua

Crecimiento

$$f'(x) = \frac{(4x^2-4)'(-2x+6) - (4x^2-4)(-2x+6)'}{(-2x+6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{8x \cdot (-2x+6) - (4x^2-4)(-2)}{(-2x+6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x^2+48x+8x^2-8}{(-2x+6)^2} = \frac{-8x^2+48x-8}{(-2x+6)^2}$$

Los ceros aproximados de $-8x^2+48x-8=0$

son $x_1 = 0{,}17$ $\quad x_2 = 5{,}83$

$sg\,(-8x^2+48x-8)$: $- \; - \; \overset{0}{|}_{0{,}17} \; + \; + \; \overset{0}{|}_{5{,}83} \; - \; -$

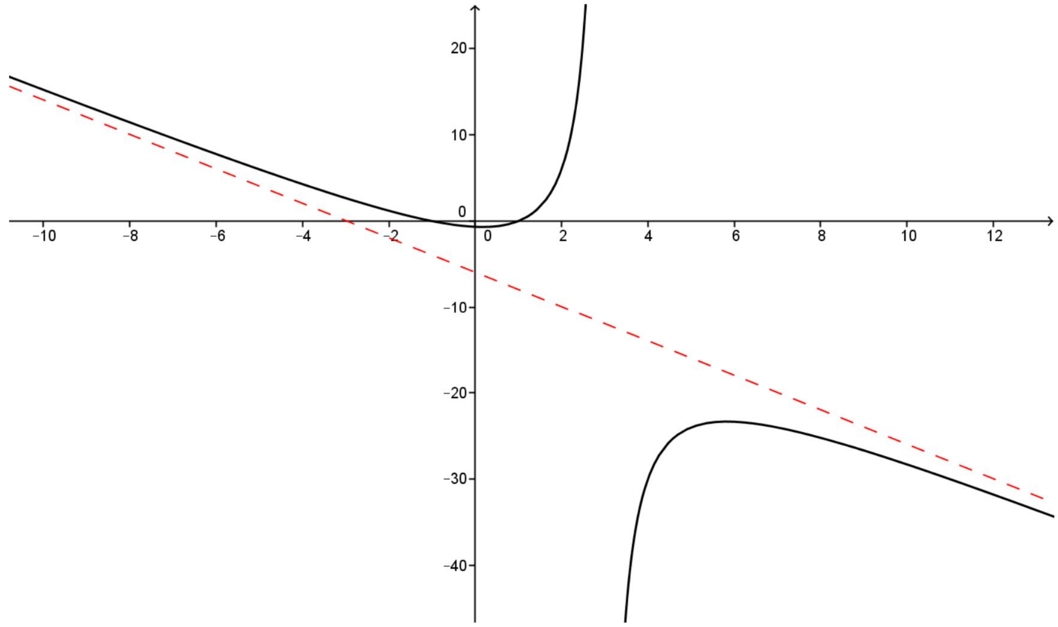
$sg\,(-2x+6)^2$: $+ \; + \; + \; \overset{0}{|}_{3} \; + \; +$

$sg\,(f')$: $- \; - \; - \; \overset{0}{|}_{0{,}17} \; + \; + \; \overset{3}{\not|} \; + \; + \; \overset{0}{|}_{5{,}83} \; - \; -$

Min Max

$f(0{,}17) = -0{,}69$ $\quad$ Mín $(0{,}17\,;\,-0{,}69)$

$f(5{,}83) = -23{,}3$ $\quad$ Máx $(5{,}83\,;\,-23{,}3)$


20
10
0
−10
−20
−30
−40
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
12